

# LA SITUATION DE LA LOGIQUE DE NOTRE SIÈCLE – UNE CONTINUITÉ OU UNE RUPTURE –

CONSTANTIN SĂLĂVĂSTRU

## 1. CLASSIQUE ET MODERNE EN LOGIQUE

Si l'histoire de la philosophie a été souvent considérée comme «bellum omnium contra omnes», alors il faudrait reconnaître que la logique n'a pas pu éluder une telle interprétation et la dispute entre la logique «classique» et la logique «moderne» est seulement une illustration d'une histoire agitée que la logique a connue en traversant les siècles. En ce sens, nous avons pour témoignage les appréciations à l'égard de celui qui est considéré comme le représentant le plus illustratif de la logique classique: Aristote.

Bertrand Russell a eu une attitude extrêmement dure envers Aristote. Il a considéré que le syllogisme (la contribution la plus importante d'Aristote à la théorie logique) est une «charlatanerie solennelle», le signe d'une délimitation nette entre la logique classique et la logique moderne. Par contre, Jean Tricot affirme, dans son *Traité de logique formelle*: «sans négliger assurément les données de la philosophie postérieure, nous nous sommes attachés aux solutions traditionnelles d'Aristote que nous ont transmises les docteurs du Moyen Âge. Les réformes et les améliorations qu'on a prétendu, à toutes les époques et surtout de nos jours, apporter aux analyses de l'*Organon* ne nous ont pas paru suffisamment justifiées pour que nous abandonnions les règles séculaires de la logique pure»<sup>1</sup>. Cette affirmation était faite dans les premières décennies de notre siècle!

Nous croyons qu'il est nécessaire de faire, au début de notre démarche sur les interférences entre les deux types de logique, quelques observations sur la compréhension de ces deux concepts: *la logique classique* et *la logique moderne*. Nous avons en vue les suggestions de Robert Blanché dans *La logique et son histoire d'Aristote à Russell* et *Introduction à la logique contemporaine*<sup>2</sup>. On a vu apparaître la dualité classique–moderne (non-classique) dans les débats sur la logique des dernières décennies du XIX<sup>e</sup> siècle. Les nouveaux systèmes logiques s'écartent – sous l'influence des mathématiques, surtout – du canon de la logique aristotélicienne, considéré classique comme fond problématique et, également, comme méthodologie de recherche.

<sup>1</sup> J. Tricot, *Traité de logique formelle*, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1973, p. 8.

<sup>2</sup> Robert Blanché, *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin, Paris, 1970; *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris, 1968.

Nous pouvons approximer que la *logique classique* est la logique aristotélicienne ou la logique d'inspiration aristotélicienne. De ce point de vue, nous pouvons dire que, aujourd'hui encore, se construisent de nombreux systèmes de logique classique qui respectent encore les divisions, les problèmes et même certaines solutions traditionnelles. La logique qui s'écarte de cette armature de la logique traditionnelle est considérée *logique moderne*, que Blanché appelle *non-classique*. Les écarts par rapport à la logique classique peuvent prendre des formes différentes: éliminations de principes (la logique polyvalente élude le principe du tiers exclu), engagement de nouveaux types de propositions (la logique modale assume les propositions modales), nouvelles formes de présentation de la théorie logique (la présentation axiomatique, la présentation par l'intermédiaire de la déduction naturelle).

Malgré toutes les différences, parfois essentielles, malgré les divorces en public, malgré les délimitations d'ordre méthodologique ou les échanges d'ordre terminologique, nous avons la conviction que nous ne sommes pas devant une rupture entre la logique classique et la logique moderne. Nous voulons argumenter, ci-dessous, cette continuité entre les deux types de logique.

## 2. LA DÉMARCHE LOGIQUE COMME ÉPISTÉMÊ ET COMME ORGANON

Nous voulons souligner, d'abord, que la *logique classique et la logique moderne satisfont, toutes les deux, les deux acceptions de la notion de logique : la logique comme théorie (épistémê) et la logique comme instrument méthodologique (organon)*. Aristote a fondé la logique comme science (dans ses *Analytiques*) pour pouvoir l'utiliser comme instrument d'organisation de la science ou comme instrument d'une discussion ordinaire (dans ses *Topiques*). Il développe une théorie du syllogisme (dans ses *Seconds Analytiques*) parce qu'il considère le syllogisme comme *l'instrument de la démonstration*, c'est-à-dire une modalité par laquelle nous entrons dans le périmètre de la connaissance scientifique.

Le caractère pratique-opérationnel de la science aristotélicienne de la logique est soutenu par le fait que certaines opérations et certains schémas logiques fondés dans *De l'interprétation* et encore dans les *Premiers Analytiques* sont utilisées dans les *Topiques*, livre de l'*Organon* où Aristote met à la disposition du dialecticien une méthode d'argumenter tout problème et d'éviter toute contradiction quand on a à défendre une argumentation. Nous pouvons en conclure que la logique aristotélicienne est l'instrument d'une pratique discursive performative.

Cette dualité est redécouverte dans la logique moderne. Si nous pensons seulement aux noms les plus connus dans le développement de la logique mathématique, nous allons trouver la même compréhension duale de la logique. Chez Frege nous avons un instrument théorique qui a un but très bien précisé: l'axiomatisation des domaines des mathématiques. Evidemment, les travaux de

Frege sur les fondements des mathématiques constituent le début des recherches très profondes sur cette problématique. Bertrand Russell continuera les efforts de Frege, de Peano et d'autres chercheurs pour imposer quasi-universellement la méthode axiomatique. Il essayera de montrer que les mathématiques dérivent, dans leurs concepts fondamentaux, des prémisses purement logiques et qu'elles utilisent des concepts qui peuvent être définis à l'aide des termes logiques. Par conséquent, la théorie logique devient l'instrument le plus important de l'organisation et de la systématisation d'autres théories scientifiques.

Ce programme de fondation des mathématiques (et, également, d'autres sciences) sera continué par David Hilbert. Au début de notre siècle, l'auteur mentionné se dédie aux recherches concernant l'axiomatique, des recherches qui posent les fondements de la théorie axiomatique et qui se concrétisent dans l'étude *La pensée axiomatique* (1918) où le caractère instrumental et opérationnel de la théorie logique de l'axiomatique est profondément détaillé et diversement illustré. Mais, si la méthode axiomatique d'Hilbert et toute l'analyse qui l'accompagne restent, du point de vue explicatif, dans le périmètre de la science pure (spécialement dans le domaine des mathématiques), dans le programme du Cercle de Vienne, la *méthode de l'analyse logique du langage* est tout à fait toute-puissante et elle a un champ d'action très vaste.

Nous avons, pour ce cas, une illustration symptomatique. Dans son ouvrage *La science et la métaphysique devant l'analyse logique du langage*, Rudolf Carnap, l'un des représentants les plus importants du Cercle de Vienne, considère que «les progrès de la logique moderne permettent aujourd'hui de répondre avec plus de netteté en ce qui touche la légitimité et la valeur de la métaphysique. Les travaux consacrés, par la "logique appliquée" (théorie de la connaissance), à l'expression nette du contenu en connaissance des énoncés – travaux poursuivis avec les moyens de l'analyse logique – ont fourni un résultat positif et un résultat négatif. Le résultat positif est acquis dans l'ordre de la science expérimentale: explication claire des concepts utilisés dans tous ses domaines, position solidement établie de leurs rapports, tant du point de vue de la logique formelle que du point de vue de la théorie de la connaissance. C'est sur le terrain de la métaphysique que l'analyse logique a conduit à un résultat négatif: *ses prétendues propositions sont complètement dépourvues de sens*»<sup>3</sup>.

Nous constatons, même de ces quelques illustrations, la *dualité originelle sous laquelle a fonctionné (et fonctionne encore) la logique classique (traditionnelle) ainsi que la logique moderne (mathématique)*: comme science pure, d'une part, comme science appliquée, d'autre part. Pour l'antiquité grecque,

<sup>3</sup> Rudolf Carnap, *La science et la métaphysique devant l'analyse logique du langage*, Hermann et Cie, Editeurs, Paris, 1934, pp. 9–10.

surtout, une science est vraiment science si elle est utile, c'est-à-dire si elle a des applications pratiques. C'est le motif pour lequel les travaux de logique d'Aristote ont reçu le titre d'*Organon* (instrument).

Pour les temps modernes, la valeur instrumentale de la logique a été déterminée par l'impératif de l'ordre, de la systématisation et de la prédiction dans le cadre de la connaissance scientifique. Un immense matériel d'observation, une multitude de généralisations empiriques dominent la science expérimentale moderne. Un instrument d'organisation de ce matériel d'observation et de ces généralisations empiriques était nécessaire. Cet instrument a été la logique, particulièrement la théorie axiomatique de la logique.

D'autre part, nous ne pouvons pas éluder les différences qui se maintiennent entre les deux formes de la logique (la logique classique et la logique moderne), malgré toutes les similitudes dont nous avons parlé. Nous avons en vue les différences qualitatives, les différences d'amplitude et les différences fonctionnelles entre les deux formes de la logique.

En ce qui concerne les *différences qualitatives*, nous constatons que la logique classique est fondée à l'aide des mécanismes intuitifs-empiriques, à l'aide des analyses et des développements de contenu, à l'aide de ce que nous pouvons appeler «le bon sens logique». Bien que l'intuition, l'analyse de contenu, le bon sens logique restent encore des instruments utiles pour les démarches théoriques, il est nécessaire de reconnaître que de tels instruments méthodologiques ne peuvent pas fonder aujourd'hui une science comme la logique, qui est dominée par les vérités les plus hautes de la connaissance humaine. La logique moderne a eu pour but principal de ses recherches l'élimination de l'intuition de la théorie logique. Bien que ce but n'ait pas été tout à fait atteint, la logique moderne fait un bond essentiel d'une analyse intuitive à une analyse axiomatique, avec toutes les conséquences théoriques et pratiques qui découlent de cette option méthodologique.

Les différences persistent encore en ce qui concerne *la fonction instrumentale* qu'accomplissent les deux formes de logique. Les applications de la logique classique étaient dominées par une certaine spontanéité, elles étaient organisées au niveau du sens commun, les essais et les erreurs constituaient la voie la plus facile pour la preuve de ces applications et les résultats d'une telle logique étaient au niveau de cet engagement théorique. Généralement, les applications de la logique classique étaient liées à une certaine pratique de la pensée discursive<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Voilà une séquence significative: «Pendant plus de deux mille ans, la logique est restée intimement liée au discours. Que l'on pense à Aristote et à ses syllogismes, que l'on songe à l'enseignement de la logique dans les écoles médiévales: il s'agissait alors, comme l'a écrit Kotarbinski, d'un programme de spéculation verbale» (Denis Miéville, *Logique: histoire et diversité*,

Les applications de la logique moderne constituent un *programme de recherche* qui réoriente, réorganise et même détermine l'apparition de nouveaux domaines d'investigation, dont certains très importants. Les applications de la logique moderne ont déterminé l'apparition de la cybernétique, l'apparition de la théorie des ordinateurs, des domaines impossible à imaginer en dehors de la fonction instrumentale de la logique moderne.

### 3. LA CONTINUITÉ DU NOYAU DUR DE LA PROBLÉMATIQUE LOGIQUE

Le deuxième état de choses qui paraît approcher les deux visages de la logique – la logique classique et la logique moderne – tient du fait que *certaines problèmes, essentiels pour la logique moderne, ont été posés (avec des solutions propres) dans la logique traditionnelle*. Nous sommes ici devant une continuité problématique, au moins en ce qui concerne le noyau dur de la logique. Nous voulons nous arrêter sur quelques-uns de ces problèmes, sur leurs encadrements traditionnels et sur leur aventure moderne pour souligner la continuité entre la logique classique et la logique moderne.

On s'est dit, probablement à toute raison, que la distinction fondamentale entre la logique classique et la logique moderne tient à une différence concernant le fondement d'où partent les deux démarches théoriques: *le support intuitif de la logique classique par rapport au support axiomatique de la logique moderne*. Néanmoins, plusieurs recherches récentes ont montré que la séparation nette entre la logique traditionnelle et la logique moderne ne peut pas être soutenue du point de vue que nous avons souligné.

En plus, une recherche profonde sur les développements de la logique classique met en évidence des rudiments de la méthode axiomatique dans le déroulement de certains thèmes de la logique traditionnelle. D'autre part, la même recherche nous montre que l'intuition n'a pas pu être complètement éliminée des systèmes axiomatiques de la logique moderne. Quelques illustrations de ces affirmations sont bienvenues.

La syllogistique aristotélicienne – le corpus fondamental de la logique traditionnelle de l'antiquité et une pièce de base de la logique classique du temps moderne – a été considéré, pendant des siècles, comme un exemple bien trouvé de fondation intuitive d'une théorie logique. L'opinion générale était que, en travaillant, dans la plupart des cas, inductivement et illustrativement, Aristote a réussi à analyser toutes les possibilités de combinaison des propositions catégoriques dans les triades syllogistiques, à déterminer une série de règles de ces combinaisons et, sur ces bases, il a réussi à délimiter les syllogismes valides par

dans: O.Houdé, D.Miéville, *Pensée logico-mathématique: nouveaux objets interdisciplinaires*, P.U.F., Paris, 1994, p. 9).

rapport aux syllogismes non-valides. Avec un ensemble conceptuel, avec un nombre de lois spécifiques et en bénéficiant d'une méthode de décision, la théorie logique était déjà, dans ses lignes générales, construite.

Vers une telle conclusion nous conduit un texte de Charles Serrus. En analysant le rapport entre la logique ancienne et la logique nouvelle, Serrus attire notre attention sur le fait que nous ne pouvons pas comprendre adéquatement les *Analytiques* aristotéliens sans une connaissance profonde des *Topiques* où les *Analytiques* sont impliqués comme instrument de recherche. Un art des opinions contraires, un art des soutenances ou des réfutations, un art du raisonnement probable, la théorie des lieux communs est, pour Serrus, le terrain d'où s'est élevée la théorie du syllogisme présente dans les *Premiers Analytiques*. C'est le motif pour lequel Serrus affirme: «voici donc une logique qui n'est point formelle, puisqu'elle vaut par et pour un contenu déterminé: elle baigne dans l'ontologie comme dans le milieu qui lui est propre; elle s'y alimente, mais elle ne le crée pas. Distincte de la connaissance du possible, elle est méthode de vérité, mais elle n'est pas par elle-même source de pensée ontologique, comme on le croira au Moyen-Âge»<sup>5</sup>.

Cette croyance, quasi générale jusqu'à la moitié de notre siècle, a été mise en question par l'apparition d'un livre fondamental du logicien polonais Jan Lukasiewicz sous le titre *La syllogistique d'Aristote du point de vue de la logique formelle moderne*<sup>6</sup>. En analysant avec toute son attention les textes aristotéliens des *Premiers Analytiques*, Lukasiewicz constate une discrédance flagrante entre ce que nous a transmis la tradition médiévale concernant la syllogistique aristotélienne et ce qu'on peut déduire par l'intermédiaire d'une analyse des textes originaux du Stagirite.

La tradition médiévale a présenté la syllogistique d'Aristote comme une collection de schémas d'inférence, tandis que du texte d'Aristote il résulte la conclusion que le syllogisme est une loi logique (une thèse du système). Le texte aristotélien des *Premiers Analytiques* se présente en termes de «si,...,alors»: «Si A est affirmé de tout B et B est affirmé de tout C, alors A est affirmé, nécessairement, de tout C»<sup>7</sup>.

Si le syllogisme était un schéma d'inférence – comme ont soutenu les logiciens médiévaux – alors la condition principale qui se pose est la vérité des prémisses. Mais le texte d'Aristote ne laisse pas de place à une telle interprétation. Nous avons vu que la séquence apparaît sous la forme «si,...,alors» ce qui signifie que le texte ne dit pas que l'une ou l'autre des prémisses est vraie. Le texte dit

<sup>5</sup> Charles Serrus, *Essai sur la signification de la logique*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1939, p. 4.

<sup>6</sup> Jan Lukasiewicz, *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford, 1951.

<sup>7</sup> Aristote, *Premiers Analytiques*, I, 4, 25b, sq.

seulement que si les prémisses sont vraies, alors la conclusion est vraie. Nous avons affaire à une *implication* des prémisses à la conclusion. Dans la terminologie

7

de la logique moderne, le texte d'Aristote devient:  $(BaA \ \& \ CaB) \rightarrow CaA$  (le mode *Barbara* de la syllogistique classique présenté sous la forme d'une loi logique). Si la situation de la syllogistique du Stagirite est celle présentée par Lukasiewicz (et le logicien polonais est convaincu de ce fait), alors nous constatons que la syllogistique d'Aristote est *le premier système axiomatique de la science de la logique* qui, même s'il n'a pas été construit à l'aide des instruments de la logique moderne, peut être construit à l'aide d'un tel instrument. À l'aide de deux lois d'identité, à l'aide de deux modes syllogistiques (*Barbara* et *Datisi*), à l'aide de deux définitions (pour les propositions catégoriques E et O) et à l'aide de deux règles d'inférence (la règle de la substitution pour les termes syllogistiques et la règle de la déduction pour les expressions syllogistiques), Lukasiewicz axiomatise d'une façon moderne la syllogistique du Stagirite. Voilà, par conséquent, que ce préjugé de la logique moderne, conformément auquel la méthode axiomatique est un acquis des temps modernes de la logique, est sérieusement mis en question.

Nous avons montré que des rudiments de la méthode axiomatique se retrouvent dans la logique traditionnelle. Nous voulons montrer encore que des éléments de l'intuition se retrouvent dans les systèmes axiomatiques de la logique moderne. L'obsession des systèmes axiomatiques, spécialement de ceux dominés par l'idée d'un formalisme pur et d'une démontrabilité parfaite, a été l'élimination de l'intuition. Toute la démarche dans un tel système devait se fonder à l'aide des règles du système et rien d'autre ne pouvait intervenir dans ce système par une autre voie que celles admises par les règles du système.

Qu'est-ce qu'on constate en analysant en profondeur de tels systèmes axiomatiques? Nous constatons que l'intuition a résisté, grâce à des raisons différentes, dans les divers compartiments de telles constructions théoriques. Dans le système *Principia Mathematica* nous découvrons cette proposition qui élude toute tentative de formalisation: «tout ce qui est impliqué par une proposition vraie est vrai». Nous découvrons, d'autre part, la règle de la substitution, l'un des mécanismes les plus importants pour les constructions axiomatiques, qui ne se soumet pas au principe de la formalisation.

Une discussion sur la possibilité des systèmes axiomatiques d'éliminer complètement l'intuition de ces constructions théoriques ne peut pas éluder une analyse sur le caractère intuitif des axiomes de telles constructions. Dans une démonstration formelle (le seul critère de la vérité des propositions dans une construction axiomatique), chaque proposition, chaque formule doit avoir une preuve, une raison dans les formules antérieurement démontrées. Si à l'aide des règles du système, appliquées aux thèses du système, nous obtenons la formule donnée, alors nous pouvons conclure que la formule donnée est une thèse du

système. De raison à raison, nous arrivons aux axiomes qui ne peuvent pas être démontrés. Par conséquent, les axiomes sont acceptés sur la base d'une certaine intuition. Il n'existe pas d'autre voie pour l'acceptation des axiomes dans un

8

système axiomatique.

Nous trouvons une position intéressante sur ce problème chez Friedrich Paulsen<sup>8</sup>. Celui-ci considère que toute la connaissance humaine (les lois logiques y compris) provient de l'expérience. Selon Paulsen, l'apriorité des principes logiques est mise en cause par les échecs répétés qui ont accompagné l'effort des constructions logiques: la déduction des principes logiques à partir d'un seul principe. Wolff a essayé la déduction du principe de la raison suffisante du principe de la non-contradiction, Mill a essayé de déduire des principes de la non-contradiction et du tiers exclu du principe de l'identité, mais tous les deux ont échoué dans leurs efforts. L'apriorisme a été souvent associé à la tendance d'unification du corpus catégoriel d'une science. L'échec de cette unification (dû à l'impossibilité de la déduction des principes logiques d'un seul principe) a été considéré la preuve suffisante de la réfutation de l'apriorisme des principes logiques. La simple intuition associe la disparité des connaissances au fait de leur provenance de l'expérience.

L'intuitivité des premières constructions axiomatiques de la logique moderne a exprimé, d'une certaine façon, son attitude chancelante devant l'inconnu, la précaution élémentaire que toute construction scientifique doit avoir pour ne pas couper tout à fait le lien avec le domaine traditionnel qu'elle représente. L'aspect est bien remarqué par J. Dopp: «les premiers calculs proposés cherchaient à rester autant que possible parallèles aux procédés discursifs de la pensée courante, ou du moins de la pensée mathématique. Quand on se préoccupa de les axiomatiser, on prit d'abord, comme axiomes, des énoncés qui traduisaient certaines évidences immédiates de la pensée logique traditionnelle»<sup>9</sup>.

L'intuition reste encore dans les systèmes axiomatiques comme une trace de la logique traditionnelle! Léon Brunschvicg notait en ce sens: «l'impossibilité de traduire un principe logique qui “est le nerf de tout raisonnement” montre qu’“un tel principe... est étranger et supérieur à toute intuition”. (...). Les logisticiens avaient compté sur la mise en forme symbolique des lois de la logique pour éliminer toute trace d'intuition, et parvenir à la sphère pure des concepts; mais il semble, d'après le langage de M. Couturat, que dans le symbole même il demeurerait

<sup>8</sup> Friedrich Paulsen, *Einleitung in die Philosophie*, Stuttgart und Berlin, 1910, pp. 428–433.

<sup>9</sup> J. Dopp, *Leçons de logique formelle*, Louvain, 1950, vol. II, p. 12.

toujours quelque résidu d'intuition, et qu'il faille dépasser le symbolisme pour dépasser l'intuition»<sup>10</sup>.

La syllogistique n'est pas le seul point de continuité entre la logique classique et la logique moderne, elle n'est pas le seul domaine où se retrouvent les interférences entre l'intuitivité de la logique classique et le caractère axiomatique de la logique moderne. Si nous ouvrons les *Seconds Analytiques* du Stagirite, nous allons observer des similitudes importantes par rapport à certaines tentatives

9

modernes dans le périmètre de la logique. Bien qu'il s'y manifeste encore des différences significatives en ce qui concerne la profondeur des analyses, l'amplitude de la problématique ou la diversité des instruments méthodologiques utilisés, il est impossible de ne pas observer – en parcourant attentivement les *Seconds Analytiques* et les constructions axiomatiques de la logique moderne – la similitude du but, la similitude d'une vision générale sur l'accomplissement du but et la similitude des exigences logico-théoriques possédées devant de telles constructions théoriques.

Les *Seconds Analytiques* constituent une théorie de la science qui a pour instrument la démonstration. Le but de la méthode axiomatique de la logique moderne est celui d'offrir un instrument pour la systématisation des théories scientifiques sur des critères logiques bien déterminés. Ce but se peut réaliser à l'aide de la démonstration. Bien que dans les *Seconds Analytiques* les considérations strictement logiques soient accompagnées de considérations d'ordre ontologique (d'où l'étiquette de «substantialiste» accordée à la logique aristotélicienne), nous découvrons des exigences que la logique moderne a proclamées comme principes des constructions axiomatiques.

Dans la conception d'Aristote, la démonstration est l'instrument de la science, et le but de cette dernière est la «connaissance absolue». Cette «connaissance absolue», envoie à une connaissance qui a comme point d'origine la *cause* des choses. Pour une telle connaissance il est nécessaire de montrer que la cause est, vraiment, la cause de la chose donnée, qu'entre la cause découverte et l'effet que nous voulons expliquer, il existe une relation de détermination nécessaire et non pas accidentelle. Si ces exigences ne peuvent pas être accomplies, alors nous sommes en dehors d'une «connaissance absolue».

Comment est-il possible de déterminer si notre connaissance scientifique satisfait à ces exigences? Par l'intermédiaire d'un instrument adéquat qui puisse garantir le passage de la connaissance de la cause à la connaissance de l'effet donné. Quel est cet instrument? Evidemment, selon Aristote, la démonstration, qui

<sup>10</sup> Léon Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, deuxième édition, Félix Alcan Editeur, Paris, 1922, p. 400.

est «un syllogisme scientifique, c'est-à-dire un syllogisme dont la possession est la science même». Selon Aristote, la connaissance par la démonstration doit satisfaire à certaines conditions: (a) les prémisses doivent être vraies; (b) les prémisses doivent être le donné premier; (c) les prémisses doivent être la cause de la conclusion; (d) les prémisses doivent être antérieures par rapport à la conclusion.

Les exigences invoquées représentent, dans l'opinion du Stagirite des *Seconds Analytiques*, les conditions de correctitude d'une démonstration. Si ces conditions sont respectées, alors on met en marche l'instrument par l'intermédiaire duquel se déroule une démonstration: le syllogisme. Malgré quelques limites déterminées par ses assomptions d'ordre métaphysique («connaître signifie connaître par les causes») ou par le surdimensionnement d'un certain type de déduction (la déduction syllogistique), nous découvrons certaines similitudes de

10

pensée avec des propositions importantes de l'axiomatique moderne.

Nous constatons, dans la conception aristotélicienne sur la démarche démonstrative, le rôle primordial accordé à la déduction logique, plus exactement le rôle spécial accordé à un type de déduction, la déduction syllogistique, qu'Aristote considère essentielle dans la connaissance scientifique. Bien que, chez Aristote, la déduction soit réduite à une de ses formes de manifestation, il est nécessaire de remarquer que la déduction comme instrument de la démonstration a été reprise – dans la diversité de ses formes – par la logique axiomatique moderne.

D'autre part, Aristote met en évidence, dans ses *Seconds Analytiques*, les éléments essentiels de toute l'axiomatique moderne: (a) les axiomes (les propositions admises sans démonstration); (b) les règles (chez lui, la règle de la déduction syllogistique); (c) les théorèmes (les propositions obtenues par l'application du syllogisme aux axiomes). Le Stagirite paraît surprendre également les difficultés d'un acte démonstratif, des difficultés qu'on voit revenir et qui vont occuper une place très importante dans les analyses de l'axiomatique moderne: le caractère intuitif des axiomes, le danger d'un «regressus ad infinitum» si nous essayons de chercher des preuves pour toutes les séquences d'une démonstration.

Les intuitions aristotéliciennes – parfois seulement formulées, d'autres fois traitées avec toute l'attention – ont été développées d'une façon convenable à la pensée moderne et elles ont été aussi mises en œuvre dans les systèmes axiomatiques de la logique moderne, en donnant des applications et des résultats remarquables dans les domaines cognitifs qui pourraient paraître complètement étrangers à l'esprit déductif.

En soulignant ces similitudes entre les formes primitives de l'axiomatique de la logique traditionnelle et la théorie axiomatique de la logique moderne, nous ne pouvons pas oublier les distances entre ces deux formes du point de vue de

l'amplitude problématique, du point de vue des instruments méthodologiques utilisés et, bien entendu, du point de vue des résultats obtenus.

Du point de vue de la problématique, l'axiomatique moderne se présente comme une méthode d'une amplitude maximale qui a l'ambition de subordonner tous les domaines cognitifs respectables. Au moins, c'est le message qui peut être retenu des travaux *La pensée axiomatique* (Hilbert) ou *La science et la métaphysique devant l'analyse logique du langage* (Carnap). L'ambition de la logique traditionnelle était, de ce point de vue, plus modeste. Elle aurait voulu un fondement logique des connaissances obtenues par voie expérimentale dans les différents domaines de la science.

En ce qui concerne l'instrument méthodologique utilisé, les distances sont, encore une fois, significatives. La logique traditionnelle a agi conformément au bon sens. Elle a comme fondement l'expérience scientifique concrète. Mais, ni le bon sens, ni l'expérience scientifique concrète ne peuvent fonder des énoncés ayant un caractère de généralité. La logique moderne a recouru à l'instrument

11

mathématique capable de donner une base solide à la connaissance scientifique. Cet instrument a beaucoup de qualités en ce qui concerne la capacité d'éliminer l'intuition et les ambiguïtés du langage naturel, propre à la logique traditionnelle.

Les effets ont été différents. La logique traditionnelle s'est satisfaite de peu. Elle a eu pour but la fondation des connaissances scientifiques (et les connaissances communes) qui constituaient déjà le matériel brut de la recherche. La logique moderne s'est située dans l'horizon de la découverte et de la réorganisation de nouveaux domaines de la connaissance. Le programme fondateur de la logique traditionnelle, limité et modeste, a été dépassé par le programme prospectif de la logique moderne.

#### 4. LA LOGIQUE MODERNE COMME ESSAI DE PERFECTIONNEMENT DE LA LOGIQUE CLASSIQUE

Nous pouvons montrer les continuités entre la logique classique et la logique moderne aussi en soulignant le fait que *les intentions originaires de la logique moderne ont été celles de donner une forme bien fondée à la logique traditionnelle*. Quelques illustrations viennent confirmer une telle appréciation. Leibniz a constaté les ambiguïtés du langage naturel utilisé par la logique traditionnelle. Pour ce motif, il lance l'idée d'un langage formalisé en ayant comme modèle le langage mathématique. Son idée, retenue sous le nom de «caractéristique universelle», est bien connue dans l'histoire de la science comme la première tentative de créer une langue universelle pour organiser la science.

Et pourtant, avec tout le caractère de nouveauté de ses idées, avec tout l'appel au remplacement du langage naturel par un langage formalisé, Leibniz reconnaît le rôle et la contribution d'Aristote dans le domaine de la logique moderne, en considérant qu'Aristote est le premier logicien qui ait écrit dans l'esprit mathématique<sup>11</sup>. La persistance de la logique traditionnelle est déterminée, sans doute, par le fait qu'elle est une *logique du réel*, par rapport à la logique moderne qui peut être considérée comme une *logique de l'idéal*. Comme logique du réel, la logique classique s'est constituée par l'intermédiaire des investigations plus ou moins soutenues sur les raisonnements spontanés, des raisonnements qui interviennent dans nos actes discursifs-rationnels. Par contre, en qualité de logique de l'idéalité, la logique mathématique moderne s'est structurée grâce à une investigation profonde sur le raisonnement scientifique.

Nous découvrons ici, probablement, l'un des motifs pour lequel *la logique traditionnelle se présente comme expression de l'impératif de la pensée et de la*

12

*connaissance communes*, expression moins standardisée, moins structurée et moins systématisée, moins préoccupée d'exactitude et de complétude, tandis que la logique moderne est perçue comme une *réalité imposée par l'impératif de la pensée et de la connaissance scientifique*, comme un domaine de la rationalité des théories scientifiques. Mais, malgré toutes les différences de nuance et de profondeur, il n'existe pas de rupture entre les deux types de la connaissance (la connaissance commune et la connaissance scientifique). Par conséquent, les deux logiques qui représentent les deux types de la connaissance sont dans une continuité historique.

Les efforts de la logique mathématique moderne ont en vue le perfectionnement de certains aspects, de certaines problématiques qui, dans la logique traditionnelle, restaient sous le signe des solutions approximatives qui ne satisfaisaient pas les exigences de la rationalité pure. Nous trouvons une position intéressante chez Charles Serrus, dans son *Essai sur la signification de la logique*. En se demandant s'il existe, comme on le prétend, une rupture entre la logique traditionnelle et la logique moderne et en constatant une continuité entre les deux formes de logique, Serrus souligne: «à ne considérer que l'histoire, il y a incontestablement continuité de la logique aristotélicienne à la logistique, et même, à l'intérieur de la logistique, d'une école à l'autre. D'ailleurs Leibniz a servi de transition, avec son invention célèbre de la caractéristique universelle. On ne comptera certes pas comme une rupture l'attitude de W. Hamilton, quantifiant le

<sup>11</sup> A. Trendelenburg, *Erläuterungen zu den Elementen der Aristotelischen Logik*, 2<sup>e</sup> éd., 1861 (Cf. Mircea Florian, *Logica lui Aristotel* (La logique d'Aristote), dans : Aristotel, *Organon*, I, Editura IRI, București, 1997, p. 14).

prédicat en prétextant qu'Aristote n'était pas allé au bout des conséquences que devaient entraîner ses principes. De même Boole n'a point conçu une refonte de la logique, mais seulement un perfectionnement et une forme nouvelle d'exposition. Mais faut-il quelque part reconnaître un *hiatus*, et quelle peut être la portée d'un développement, même imprévu, de la doctrine de l'*Organon*?»<sup>12</sup>.

Les observations de Serrus sur la continuité de ces deux logiques et sur le caractère intégrateur de la logique moderne sont soutenues par de nombreux autres faits de la logique de notre siècle. Lukasiewicz a parlé d'une certaine modernité de la syllogistique du Stagirite, tandis que Frege a montré, que les transformations des syllogismes chez Aristote appliquaient, instinctivement, les opérations de la logiques des propositions et certaines formes classiques de la déduction propositionnelle découvertes par les stoïciens et par les dialecticiens de Mégare (le *modus ponens*) qui constituent des règles de la déduction dans les systèmes axiomatiques de la logique moderne. Chez nous, Petre Botezatu a montré que le

13

système axiomatique de la logique des prédicats, développé par Hilbert et Ackermann dans *Grundzüge der theoretischen Logik* (1928), n'est qu'un modèle propositionnel de la syllogistique classique aristotélicienne<sup>13</sup>.

Peut-être que les avatars de la syllogistique, de sa structuration par Aristote jusqu'à nos jours, peuvent être considérés le plus illustratif exemple de la récupération et du perfectionnement de la logique traditionnelle par la logique moderne. L'excellente monographie de Petre Botezatu sur les développements modernes de la syllogistique, que nous venons d'invoquer, laisse à comprendre que le «noyau dur» de la syllogistique aristotélicienne reste une acquisition significative du traitement moderne de la syllogistique. De la même monographie nous concluons que les perfectionnements modernes de la syllogistique ont en vue soit l'interprétation dans des langages différents de la syllogistique traditionnelle (des interprétations dans le langage des propositions, dans le langage des prédicats, dans le langage des relations, dans le langage des classes), soit une amplification et une complication du point de vue des méthodes de décision. Mais aucune de ces innovations (qui peuvent rester très importantes pour la logique moderne) n'atteint, essentiellement, le fond problématique de la doctrine classique du syllogisme.

Le fait que toutes les lois de la logique traditionnelle ont été confirmées par l'intermédiaire des méthodes de validation de la logique moderne est encore une

<sup>12</sup> Charles Serrus, *Essai sur la signification de la logique*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1939, pp. 12–13.

<sup>13</sup> Petre Botezatu, *Silogistica modernă* (La syllogistique moderne), dans: I. Didilescu, P. Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne* (La syllogistique. La théorie classique et les interprétations modernes), E.D.P., București, 1976, pp. 235–246.

illustration de la pérennité du premier système de la logique dans le cadre d'investigation du deuxième. Par conséquent, le corpus catégoriel de la logique classique peut être considéré comme un fragment de la logique moderne. À l'aide des méthodes intuitives, en dépassant les essais et les erreurs, la logique traditionnelle s'est constituée comme une démarche de recherche qui a assez d'options conceptuelles et méthodologiques qui ont été confirmées par la logique moderne. Il est vrai que la logique moderne a amplifié, d'une façon surprenante, la sphère problématique et la base théorématique de la logique traditionnelle, mais cette amplification a été déterminée par les nouvelles procédures de décision qui dépassent de beaucoup les possibilités de la tradition.

Même si la logique moderne a renoncé à certains principes de la logique traditionnelle (par exemple le principe du tiers exclu dans la logique polyvalente, les principes du tiers exclu et de la double négation dans la logique intuitionniste), cette élimination a pour fondement soit une généralisation (le principe du  $n + 1$  exclu dans la logique polyvalente), soit des considérations d'ordre extralogique (dans la logique intuitionniste, l'assomption de l'infini élimine le tiers).

Pour le même Charles Serrus, l'incorporation de la logique ancienne dans la logique nouvelle a deux acceptions. La première est celle qui considère la logique traditionnelle (surtout la logique aristotélicienne) comme une partie d'un tout logique constitué d'un nombre de logiques indépendantes. Une analyse sur les développements de la logique contemporaine paraît confirmer cette suggestion de Serrus et, également, la dispersion d'une science autrefois unitaire dans plusieurs

14

systèmes de logique sans un lien bien établi entre eux. Généralement, la logique pourrait être considérée comme un ensemble de systèmes, comme une collection de logiques spéciales où, évidemment, la logique traditionnelle peut se développer à côté d'autres formes, mathématisées ou non-mathématisées, de la logique contemporaine.

La deuxième acception nous emmène à considérer les techniques aristotéliciennes (et de la logique traditionnelle généralement) comme des applications matérielles d'une logique pure, résultées de l'utilisation de toutes les procédures connues de cette logique pure. Cette acception impose une nouvelle définition de la déduction comme une «technique de la conséquence» qui «permet de tirer les conclusions légitimes de propositions admises comme vraies, au moyen de règles également admises»<sup>14</sup>. Nous avons, sans doute, assez d'éléments qui confirment la ligne de continuité entre la logique traditionnelle et la logique moderne.

<sup>14</sup> Charles Serrus, *Essai sur la signification de la logique*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1939, p. 15.

## 5. LA DIMENSION FORMELLE DE LA LOGIQUE

Une discussion sur la modernité de la logique classique et sur la classicité de la logique moderne, c'est-à-dire sur la continuité de la démarche logique du point de vue de la problématique, du point de vue de la méthodologie et du point de vue des suppositions théoriques, une discussion sur la reprise continue, à de niveaux supérieurs de généralisation et de complexité, d'une problématique unitaire ne peut pas éluder une *analyse du concept de forme logique*.

L'idée de forme logique est présente dans la logique traditionnelle *par rapport aux contenus de pensée* qui peuvent être manipulés par l'intermédiaire de ces formes tandis que la même idée est utilisée dans la logique moderne *sous l'aspect de la valorisation combinatoire*. En tout cas, les deux formes de la logique ont constaté que la spécificité de la logique se manifeste dans ce qui est constamment dans nos actes de pensée.

Le caractère formel de la logique est l'essence de toute démarche aristotélécienne sur la science de la pensée correcte. Bien que la compréhension du formalisme dans la conception du Stagirite ait été affectée par les interprétations – souvent trop éloignées par rapport à l'esprit des textes aristotéliens – de la scolastique médiévale, cette idée de forme logique se retrouve toujours dans les textes d'Aristote. Le formel chez Aristote peut être compris seulement par rapport à la doctrine du Stagirite sur l'universel.

La logique n'analyse pas les relations qui se manifestent entre les choses, comme font toutes les autres sciences. Elle analyse les relations qui se manifestent entre les idées. Par conséquent, si les idées représentent «les formes intelligibles des choses», la logique ne peut être qu'une *science formelle*. En se référant à la signification de la logique du Stagirite, Tadeusz Kotarbinski remarquait: «il a créé les premiers éléments de la logique formelle, a montré quel était le type de ses problèmes, ainsi que celui de sa structure et de sa méthode. Il a créé en particulier la théorie de l'inférence directe et la syllogistique usuelle et modale des propositions catégoriques. En l'élaborant, il a (le premier!) introduit des variables, à savoir des variables jouant le rôle de termes, il a indiqué et appliqué la méthode de la démonstration formelle des schémas du syllogisme (donnant dans ces schémas les premiers exemples de fonctions propositionnelles, autrement dit de formes logiques), comme également les méthodes de réfutation des schémas fautifs»<sup>15</sup>.

<sup>15</sup> Tadeusz Kotarbinski, *Leçons sur l'histoire de la logique*, traduit du polonais par Anna Posner, PWN – Editions Scientifiques de Pologne, Warszawa, 1965, p. 58.

L'idée de forme logique et de caractère formel de la logique revient aussi chez certains représentants modernes de la logique classique. Dans son *Cours de logique*, Immanuel Kant montre que «les règles universelles et nécessaires de la pensée en général ne peuvent concerner que sa seule *forme* et aucunement sa *matière*. Par conséquent, la science qui contient ces règles universelles et nécessaires est simplement une science de la forme de notre connaissance intellectuelle ou de la pensée»<sup>16</sup>. Kant a la même position dans la *Préface* à la deuxième édition de la *Critique de la raison pure* où il souligne que «les limites de la logique sont rigoureusement déterminées par cela seul qu'elle est une science qui expose dans le détail et prouve de manière stricte, uniquement les règles formelles de toute pensée (...). Si la *Logique* a si bien réussi, elle ne doit cet avantage qu'à sa limitation qui l'autorise et même l'oblige à faire abstraction de tous les objets (*Objecten*) de la connaissance et de toutes leurs différences, par suite de quoi l'entendement n'a à s'y occuper absolument que de lui-même et de sa forme»<sup>17</sup>.

Le pan-mathématisme de la logique moderne a tiré les dernières conséquences de l'idée de forme logique de la logique traditionnelle. Les contenus ne sont pas des objets d'investigation pour la logique. Avec cette assertion, la logique moderne se rencontre avec la logique traditionnelle. L'essentiel dans l'analyse logique c'est la forme sous laquelle se présente les raisonnements et, par conséquent, les formules qui représentent ces raisonnements. Toutefois, si nous voulons donner un contenu aux symboles et à certaines opérations avec des symboles de certains systèmes axiomatiques, alors nous sortons du périmètre de la théorie logique pure et, évidemment, nous entrons dans la sphère d'une *interprétation* du système donné. Cette interprétation est, bien entendu, autre chose

16

que la théorie logique pure.

Cette fonction de l'idée de forme logique est assumée directement par George Boole qui souligne, dans sa *Mathematical Analysis of Logic* (1847), qu'une certaine interprétation donnée aux symboles est toujours acceptée. Les mêmes symboles peuvent recevoir des interprétations différentes, en reflétant des états de choses différents. La réalisation pratique de la fonction de l'idée de forme logique apparaît dans l'étude de Hilbert *Axiomatisches Denken* (1918).

Le signal de cette rupture entre la logique classique et la logique moderne – en ce qui concerne l'idée de forme logique – appartient à Edmund Husserl et à toute la phénoménologie. Contre la conception psychologue sur la logique (dominante au XIX<sup>e</sup> siècle), Husserl considère comme absolument nécessaire

<sup>16</sup> Immanuel Kant, *Logique*, Librairie Philosophique J.Vrin, 1979, pp. 10–11.

<sup>17</sup> Immanuel Kant, *Critique de la raison pure*, Félix Alcan, Editeur, Paris, 1909, p. 18.

l'élaboration d'une «logique pure» (*reinen Logik*), en ayant comme préoccupation de base la valorisation de l'idée de forme pure. Petre Botezatu a souligné ce rôle de la phénoménologie: «comme réaction contre le psychologisme s'est affirmé le logicisme, au sens de antipsychologisme, d'abord dans le cadre de la phénoménologie. Husserl a pu démontrer contre Sigwart que les théorèmes et les démonstrations de la logique formelle n'entraînent pas l'intervention de facteurs psychiques»<sup>18</sup>.

Si cette option de Husserl peut être considérée comme ayant à son origine une conception métaphysique (la phénoménologie), l'idée de l'autonomie formelle du calcul symbolique a été assumée par la plupart de ceux qui ont construit des systèmes axiomatiques. L'insatisfaction des représentants du formalisme à travers le langage de la logique traditionnelle, leur tendance à construire une «langue universelle» qui puisse mieux répondre à l'esprit scientifique moderne ont été déterminées par le fait que le langage naturel de la logique traditionnelle ne mettait pas en valeur, adéquatement, l'idée de forme logique.

La «caractéristique universelle» de Leibniz, l'écriture conceptuelle de Frege, le symbolisme logico-mathématique de Peano repris par Russell-Whitehead et Hilbert-Ackermann ont constitué des *essais significatifs de rendre productive l'idée de forme logique dans la logique moderne*. La symbolistique de la logique moderne, les caractéristiques du langage formalisé que cette symbolistique a assumées constituent des reprises, évidemment à une autre dimension, de l'idée d'introduire des variables logiques, idée présente dans ses formes primitives déjà chez Aristote. Sans doute, dans la logique axiomatique moderne nous ne retrouvons rien du lien de ces formes logiques avec la réalité de la pensée spontanée (lien présent, évidemment, chez Aristote). L'explication d'une telle situation réside dans la capacité des symboles et des opérations sur les symboles d'offrir de multiples possibilités constructives à la pensée humaine, de sorte qu'on a pu créer l'impression que la recherche se trouvait devant des opérations en soi, sans lien avec les contenus de pensée.

En surenchérisant l'idée de forme logique aux dimensions où il est très difficile de découvrir un certain lien avec la réalité, la logique du dernier temps, ainsi que ses applications dans les différentes théories de la science, peuvent être réceptées comme une *syntaxe du système de signes adopté*, c'est-à-dire un ensemble de signes introduits par l'intermédiaire des définitions, un ensemble d'opérations effectuées sur ces signes à l'aide des règles admises dans le système, un ensemble de produits résultés par l'application des règles aux opérations données.

<sup>18</sup> Petre Botezatu, *Constituirea logicității* (La construction de la logique), Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983, p. 58.

En ce cas, l'idée de forme logique, l'idée de calcul avec des formes logiques, qu'on trouve sous des formes primitives dans la logique traditionnelle, sont assumées jusqu'à leurs dernières conséquences. Dans l'esprit néopositiviste du Cercle de Vienne, Rudolf Carnap va montrer que «les énoncés de la logique de la science sont des propositions de la syntaxe logique de la langue. (...). Nous entendons par syntaxe logique d'une langue quelconque la théorie des formes des propositions et autres créations grammaticales de cette langue. Il s'agit des formes; autrement dit: nous laissons de côté la signification de la proposition aussi bien que le sens des mots qui la composent»<sup>19</sup>.

Evidemment, pour plusieurs chercheurs, même calés en logique, les systèmes axiomatiques de la logique moderne (encadrés en ce qu'ils nomment *la logistique*) restent très éloignés de la réalité des formes de la pensée concrète. Nous avons comme témoignage le texte suivant de Tricot: «la logistique est un art qui porte non sur les concepts, mais sur leur expression idéographique. Si on exprime le sujet, le prédicat et leurs différentes relations par des signes ou des nombres conventionnels, on aboutit à l'établissement d'un nouveau langage, ayant ou prétendant avoir ses lois propres, et susceptible d'un développement autonome, indépendant des concepts posés. C'est une sorte de mathématique logique, qui a dû nécessairement s'appuyer sur une interprétation extensiviste et quantitative du concept»<sup>20</sup>. Nous avons vu tous les avatars de l'idée de forme logique dans la logique traditionnelle et dans la logique moderne et, plus encore, la pérennité de cette idée dans le développement de la logique.

## 6. LA LOGIQUE MODERNE REPRODUIT LES DIFFICULTÉS DE LA LOGIQUE CLASSIQUE

Nous pouvons illustrer le lien entre la logique traditionnelle et la logique moderne d'une perspective marquée de négativité: *la logique moderne reproduit, à d'autres dimensions évidemment, même les difficultés de la logique classique*. La

18

pensée humaine s'est souvent retrouvée devant certaines situations indésirables. La logique, dans sa qualité de démarche théorique sur la pensée humaine correcte, a le devoir de donner une explication adéquate à ces situations.

Les sophistes sont ceux qui ont cherché – dans une pratique dialectique très intéressante pour une dialogique polémique – les situations qui affrontent la pensée normale et la correctitude des raisonnements ordinaires. Sont très connus les

<sup>19</sup> Rudolf Carnap, *Le problème de la logique de la science : science formelle et science du réel*, Hermann & Cie, Paris, 1935, pp. 7–8.

<sup>20</sup> J. Tricot, *Traité de logique formelle*, troisième édition conforme à la première, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1973, p. 305.

paradoxes de Zénon d'Elée (le paradoxe d'Achille, le paradoxe de la flèche, etc.). Si ces paradoxes ont pu être considérés comme des difficultés de la pensée déterminées par certaines assomptions métaphysiques, comme «purement spéculatifs» (Kotarbinski), parce qu'ils engageaient les notions de temps et de mouvement, le célèbre paradoxe d'Euboulide a bouleversé le fondement de la logique traditionnelle. Les médiévaux ont fait de la résolution des paradoxes le but suprême de leurs recherches dans le domaine de la logique.

Quelle est l'amplitude et quel est le fondement de la paradoxalité dans la logique traditionnelle? Comme on sait, la logique traditionnelle est une logique de la dualité vrai-faux. Aristote même, en mettant en évidence le principe de la correspondance, a considéré qu'une proposition ne peut avoir que l'une de ces deux valeurs de vérité: ou le vrai, ou le faux. Une certaine proposition ne peut pas prendre toutes les deux valeurs de vérité (l'exigence du principe de la non-contradiction), mais il est impossible qu'elle ne prenne aucune de ces deux valeurs de vérité (l'exigence du principe du tiers exclu). C'est l'armature de la logique traditionnelle en ce qui concerne la caractérisation aléthique des propositions. Tout est clairement déterminé, tout est discriminatoire, sans aucune possibilité de trouver une exception.

Si nous appliquons cette «matrice explicative» à la proposition «Cette proposition est fausse», les résultats sont surprenants. Conformément aux principes logiques invoqués, cette proposition peut être appréciée comme vraie ou comme fausse. Supposons que la proposition est vraie. S'il est vrai que la proposition «Cette proposition est fausse» est vraie, alors, en concordance avec son contenu, il résulte que la proposition donnée est fausse. Donc,  $A(p) \rightarrow F(p)$ . Supposons que la proposition «Cette proposition est fausse» est fausse. Alors il est faux que la proposition «Cette proposition est fausse» est fausse, par conséquent la proposition donnée est vraie. Donc,  $F(p) \rightarrow A(p)$ .

Nous constatons, avec une totale surprise, que, en appliquant les lois de la logique traditionnelle à une proposition bien construite dans le langage naturel, nous entrons dans une situation paradoxale: le vrai de la proposition implique le faux de la proposition et le faux de la proposition implique le vrai de la proposition donnée! Par conséquent, *la logique traditionnelle ne peut pas caractériser adéquatement le domaine qui constitue son objet d'investigation.*

Le problème grave des paradoxes se reproduit à grand-peine dans la logique axiomatique du temps moderne. Dans cette logique nous n'avons pas affaire à l'impossibilité d'une décision par rapport à une proposition quelconque, mais nous avons affaire à de sérieuses difficultés en ce qui concerne les fondements et les propriétés métathéoriques de la théorie axiomatique. Le premier signal d'alarme sur les difficultés des fondements des mathématiques se concrétise dans

l'apparition du paradoxe cantorien de la théorie des ensembles, connu sous le nom du «paradoxe du nombre cardinal le plus grand».

Tout ensemble a un nombre cardinal. L'ensemble de tous les ensembles a, lui-même, dans sa qualité d'ensemble, un cardinal qui doit être le plus grand cardinal. L'ensemble de tous les ensembles est constitué d'un ensemble de sous-ensembles possibles. Un théorème de la théorie des ensembles dit que le nombre cardinal des sous-ensembles d'un ensemble est plus grand que le nombre cardinal de l'ensemble dont les sous-ensembles font partie. Par conséquent, le nombre cardinal le plus grand (celui de l'ensemble de tous les ensembles) n'est pas le plus grand (parce que le nombre cardinal des sous-ensembles de l'ensemble donné est plus grand que lui). Pareillement se déroule le paradoxe de Burali-Forti sur le plus grand nombre ordinal.

En travaillant sur la notion de classe (fondamentale pour plusieurs théories scientifiques), Russell a donné une forme plus accessible de ce paradoxe, forme connue sous le nom de «paradoxe de la classe des classes qui ne se contiennent pas comme élément». Les classes se divisent en deux catégories: les classes qui se contiennent, elles-mêmes, comme élément et les classes qui ne se contiennent pas comme élément, *tertium non datur*. Quelle est la situation de la «classe qui ne se contient pas comme élément»? Si elle se contient, alors elle doit satisfaire au critère de la formation de la classe (de ne pas se contenir). Donc, elle ne se contient pas. Si elle ne se contient pas, alors elle satisfait à la définition de la classe. Donc, elle se contient.

Le mécanisme est identique à celui du paradoxe antique du menteur. Les conséquences sont, évidemment, plus importantes. Frege a observé les graves conséquences que ce paradoxe a pour toutes les sciences axiomatisées. Russell a essayé à toute force une solution, mais ses efforts sont restés pendant longtemps sans un profit évident. Il a proposé, finalement, la «théorie des types», qui reste, néanmoins, en dehors d'une solution des paradoxes parce qu'elle est une restriction: elle nous indique les situations que nous devrions éviter pour ne pas tomber dans les paradoxes! La logique moderne, ainsi que les mathématiques, ont comme fondement un terrain incertain, souvent mouvant, ce qui n'est pas de nature à assurer la prestance et la dignité de ces sciences.

Mais les paradoxes ne sont pas les seules difficultés des théories axiomatiques de la logique moderne et, il paraît, elles ne sont ni les plus graves non plus! En méditant sur les possibilités des systèmes axiomatiques de type *Principia Mathematica*, Gödel a montré que les théories axiomatiques ont des limites sérieuses. Si on peut trouver une méthode de décision pour tout énoncé bien formé (ebf) d'un système axiomatique de type *Principia Mathematica* qui peut contenir l'arithmétique, alors le système donné est contradictoire (c'est-à-dire, nous pouvons démontrer une formule et sa négation). Si nous voulons sauver la non-contradiction du système, alors nous arrivons à l'incomplétude du système (le

système a des formules bien formées qui ne se soumettent pas à la décidabilité). Voilà une contradiction qui n'affecte pas une proposition ou l'autre, mais toute la théorie axiomatique.

Les théorèmes d'incomplétude de Gödel ont bouleversé les recherches sur les systèmes axiomatiques et ont déterminé des discussions significatives qui ont déplacé le centre d'intérêt des investigations de la construction des systèmes axiomatiques à l'analyse des propriétés métathéoriques de ces systèmes (non-contradiction, indépendance, complétude, décidabilité). Le problème central, de ce point de vue, n'est pas la fondation axiomatique d'une théorie, mais l'analyse des possibilités explicatives et constructives de la méthode axiomatique dans une telle théorie scientifique. Généralement parlant, nous sommes devant une reproduction à l'échelle des théories scientifiques des mêmes difficultés constatées pour les énoncés élémentaires dans la logique traditionnelle.

## 7. CONCLUSIONS

Notre démarche a pour but la constatation d'une ligne de continuité entre la logique classique et la logique moderne. Malgré des différences d'amplitude problématique, de méthodologie, de résultats obtenus, nous ne pouvons pas éluder cette ligne de continuité du point de vue de la dualité science–instrument, du point de vue d'un noyau problématique, du point de vue de la dimension formelle ou du point de vue de la reproduction de certaines difficultés. D'autre part, en soulignant la ligne de continuité, nous n'avons pas oublié la distance entre les réalisations de la logique classique et les réalisations de la logique moderne. À l'aide de nombreuses illustrations, en convoquant les noms d'une grande autorité dans le domaine de la logique, nous avons eu l'intention de souligner l'unité et la diversité de la logique dans sa qualité de science de la pensée correcte.